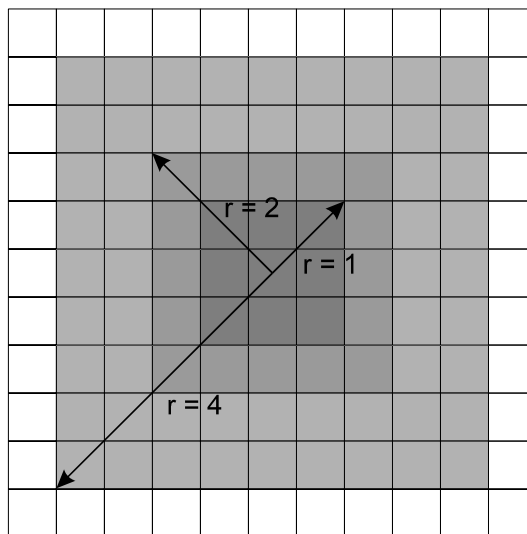


Splotowe algorytmy przetwarzania zdjęć astronomicznych

© Marek Bromirski 2003

1. Wprowadzenie

Istotnymi technikami polepszania jakości zdjęć astronomicznych jest szeroka klasa metod, w których nowe postacie każdego z pikseli obrazowych są wyznaczone jako ważona funkcja wartości wyjściowej oraz przyjmowanych przez elementy kwadratowego otoczenia o promieniu r . Sposób wyznaczania zasięgu procedury przetwarzania przedstawiono na rys. 1.1.



Rys. 1.1. Otoczenia w macierzy obrazowej

Najczęściej używanymi w praktyce funkcjami tego typu są liniowe operacje splotu (ang. *convolution*), których wykorzystaniu poświęcono niniejsze opracowanie.

2. Technika splotu

Dominujące znaczenie omawianych technik wynika z faktu, że obraz rejestrowany przez kamerę stanowi złożenie (a ściślej właśnie splot) użytecznego sygnału odbieranego oraz zaburzeń wprowadzanych przez atmosferę. Wzajemne oddziaływanie obydwu składników jest zazwyczaj modelowane jako proces modyfikacji elementów „dużej” macierzy (obrazu) szumem odwzorowanym przez relatywnie niewielką macierz, określaną mianem rdzenia albo kernela splotu. Ponieważ ostateczny wynik rejestracji powstaje w wyniku oddziaływania oryginalnej formy obrazu i rdzenia, ten ostatni bywa nazywany również operatorem.

2.1 Operacje jednowymiarowe

Fragment pojedynczego wiersza obrazu uzyskanego w warunkach idealnie dobranej ostrości może posiadać np. następującą postać:

$$[... 20 20 20 20 20 160 160 160 160 160 160 160 ...],$$

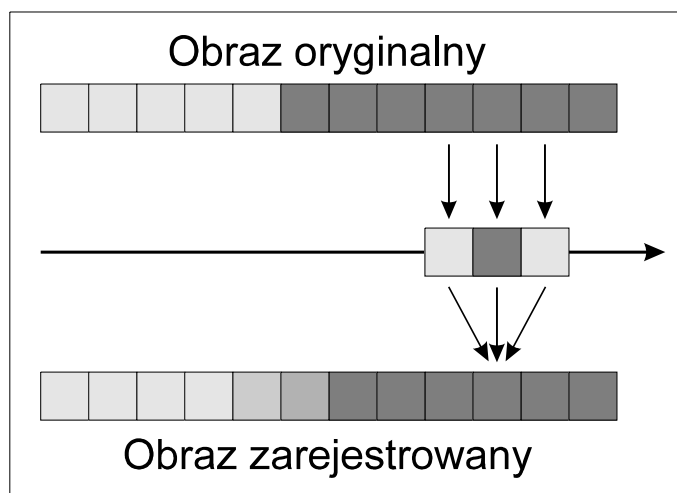
gdzie zmiana wartości piksela z 20 na 160 odwzorowuje np. wyraźnie zarysowaną krawędź budynku albo granicę pomiędzy niebem i tarczą Księżyca. Brak stanów przejściowych dowodzi idealnego zogniskowania optyki kamery, co pozwala na wyrażenie obrazu punktowego źródła światła w formie operatora:

$$[0.00, 1.00, 0.00].$$

Zapis wskazuje jednoznacznie, że energia otrzymywana w procesie rejestracji obrazu np. gwiazdy jest skupiona na obszarze pojedynczego piksela. Jeśli jednak obserwacje prowadzone są w warunkach znaczącego seeingu lub rozogniskowania, uzyskany rezultat stanowi splot idealnej postaci przedmiotu rejestracji z szumem wprowadzanym przez czynniki zakłócające. Zakładając np., że średnio tylko połowa pierwotnej energii dociera do środkowego piksela można zapisać operator splotu jako:

$$[0.25, 0.50, 0.25].$$

Forma kernela wskazuje, że pozostała połowa energii rozkłada się równomiernie pomiędzy piksele sąsiadujące z komórką centralną. W sposób poglądowy rozważany proces ilustruje poniższy rysunek:



Rys. 2.1. Schemat realizacji splotu

W efekcie następuje „rozmycie” finalnego obrazu, który obecnie przyjmie postać:

$$[... 20 20 20 20 55 125 160 160 160 160 160 160 ...],$$

a więc formę o nieostrej krawędzi rozdzielającej obszary o różnych poziomach oświetlenia. Operację splotu jednowymiarowego realizuje się w praktyce przypisując nowej zawartości każdego piksela sumę

iloczynów wartości pierwotnych komórki centralnej i otaczających przez odpowiadające im wartości elementów operatora. Formalnie działanie to opisuje zależność:

$$N_x = \frac{\sum_{i=-r}^r k_i O_{x+i}}{\sum_{i=-r}^r k_i}, \quad (2.1)$$

w której: N_x – piksel na x -tej pozycji nowego obrazu,
 O_x – piksel na x -tej pozycji oryginału,
 k_i – i -ty element operatora (i zmienia się w granicach od $-r$ do r).

W rozważanym przykładzie odwzorowanie kernela przyjmuje postać:

$$[0.25, 0.50, 0.25] \equiv k(-1) = 0.25; k(0) = 0.50; k(1) = 0.25. \quad (2.2)$$

Ponieważ operacja dotyczy każdego elementu nowego obrazu wskazywanego bieżącym stanem indeksu x , operator „wędruje” przez wszystkie składniki wiersza przypisując im jednoznacznie zmodyfikowane wartości.

Często rzeczywiste zakłócenia procesu rejestracji nie są symetryczne, a w konsekwencji związany z nimi operator splotu może przyjmować np. formę $[1,1]$, gdzie czcionka *bold* wskazuje element centralny¹. Postać tą łatwo jednak uzupełnić do symetrycznej (tj. $[0,1,1]$), uwzględniając, że zera są nieznaczące, a więc nie wprowadzają modyfikacji. Warto również w tym miejscu zaznaczyć, że praktyczne implementacje algorytmów splotowych uwzględniają automatyczną normalizację wyników uzyskiwaną przez podział każdego z rezultatów cząstkowych przez sumę składników operatora. Odzwierciedla to fakt, że zakłócenia odwzorowywane przez splot nie prowadzą ani do generacji ani strat energii sygnału, oddziałując jedynie jej finalny rozkład.

Praktyczne aspekty implementacyjne jednowymiarowych algorytmów splotowych ilustrują przedstawione w dalszym ciągu poglądowe przykłady. W każdym przypadku podstawą rozważań będzie prosta rejestracja wierszowa, interpretowana jako obraz pojedynczego punktu, np. gwiazdy. Wektor ten posiada następującą postać:

$$[... 0000100000...].$$

Najprostszym z możliwych operatorem jest kernel jednostkowy $[1]$. Jego użycie nie zmienia postaci obrazu wyjściowego, który ponownie przyjmuje format:

$$[... 0000100000...].$$

Z formalnej definicji splotu wynika, że podczas jego wyznaczania piksele obrazu są mnożone przez wartości odpowiednich elementów operatora, a następnie dzielone przez ich sumę, tj. poddawane normalizacji. Właściwość ta oznacza, że wyznaczając splot obrazu testowego przez dowolny kernel jednoelementowy, np. $[-2.71]$ uzyskujemy w wyniku:

$$\frac{1}{-2.71} \times [... 000027.10000...],$$

skąd po redukcji otrzymuje się ponownie:

$$[... 0000100000...].$$

Innym prostym operatorem jest tzw. kernel przesunięcia; np. $[0 \mathbf{0} 1]$, w którym jedyny niezerowy element jest przesunięty względem środka. Jego użycie prowadzi do wyniku:

¹ Inną, często spotykaną formą oznaczania elementu centralnego jest notacja $[\bar{1},1]$

$$[... 0001000000...],$$

który potwierdza bardziej ogólną zasadę, że wynik splotu dowolnego obrazu o pojedynczym niezerowym pikselu¹ jest lustrzanym odbiciem operatora. W konsekwencji, użycie kernela [1 2 3 4] przekształca obraz wyjściowy do postaci:

$$[... 0403020100000...].$$

Wystarczy jednak zmienić usytuowanie elementu centralnego, tj. zastosować operator [1 2 3 4], by w rezultacie otrzymać zupełnie inny wynik:

$$[... 0000403020100...].$$

Jeśli suma wartości elementów kernela jest zerowa (np. [-1 2 -1]), to wynik splotu:

$$[... 000-1020-10000...]$$

nie może być poddany normalizacji z powodu niewykonalności dzielenia przez 0. Rozwiązanie problemu występowania ujemnych wartości w obrazie wynikowym jest możliwe na kilka sposobów, m. in. dzięki:

- arbitralnemu przypisaniu im wartości 0 ([... 0000200000...]);
- wprowadzeniu stałego przesunięcia ([... 1010100300101010...]).

Najlepszym wyjściem jest „wbudowanie” preferowanej techniki korekcyjnej w używany pakiet programowy, tak by kolejne operacje przetwarzania obrazu nie powodowały powstawania błędów obliczeniowych.

Operacje splotu mogą być rzecz jasna wdrażane wielokrotnie. I tak np. wykorzystując stale operator postaci [1 1] otrzymujemy kolejno:

| Krok | Rezultat |
|------|--|
| 1 | $\frac{1}{2} \times [... 00010100000...].$ |
| 2 | $\frac{1}{4} \times [... 001020100000...].$ |
| 3 | $\frac{1}{8} \times [... 0103030100000...].$ |
| 4 | $\frac{1}{16} \times [... 10406040100000...].$ |

Analiza otrzymanych wyników prowadzi do wniosku, że każdy z nich może być uzyskany poprzez działanie na obraz pierwotny operatorem stanowiącym splot kernela użytego w poprzednim kroku i jego postaci wyjściowej. Istotnie, oznaczając operację splotu symbolem \otimes otrzymujemy kolejno:

$$[1,1] \otimes [1,1] = [1,2,1]$$

$$[1,2,1] \otimes [1,1] = [1,3,3,1]$$

$$[1,3,3,1] \otimes [1,1] = [1,4,6,4,1]$$

Bardziej ogólnie, operację splatania elementów $k1$ ($-r1$ do $r1$) oraz $k2$ ($-r2$ do $r2$) w element $k3$ ($-(r1+r2)$ do $(r1+r2)$) realizuje poniższy algorytm przedstawiony w formie pseudokodu:

¹ obraz ten w ujęciu teorii dystrybucji jest tzw. funkcją δ

```

FOR i = -r1 TO r1
  FOR j = -r2 TO r2
    k3(i + j) = k3(i + j) + k1(i) × k2(j)
  NEXT j
NEXT i

```

Wykorzystanie przedstawionych informacji umożliwia konstruowanie operatorów o dowolnej wielkości z relatywnie małych kerneli elementarnych.

2.2 Splot dwuwymiarowy

Z doświadczenia wiadomo, że podczas każdej ekspozycji obrazy punktowych obiektów jakimi są np. gwiazdy rozpraszają się w wyniku oddziaływania turbulencji atmosfery oraz optyki teleskopu na wiele pikseli matrycy CCD. Formalny opis odwzorowania obrazu w ognisku rzeczywistego teleskopu jest możliwy dzięki wykorzystaniu tzw. funkcji rozmycia punktu (ang. *Point Spread Function - PSF*), której próbkowanie realizuje używana kamera. Uzyskany wynik (po unormowaniu) może przyjąć np. następującą postać:

$$\begin{bmatrix} 0.05 & 0.10 & 0.05 \\ 0.10 & 0.40 & 0.10 \\ 0.05 & 0.10 & 0.05 \end{bmatrix}$$

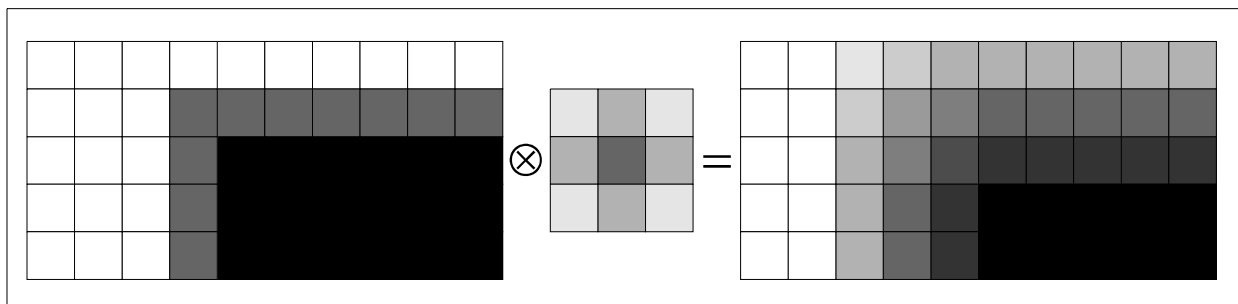
Macierz ta stanowi dwuwymiarowy operator odwzorowania, w wyniku którego idealna granica obszarów o różnych poziomach oświetlenia staje się „rozmytą” linią o grubości trudnej do precyzyjnego określenia. Efekt ten zapisujemy formalnie w postaci operacji:

$$\begin{bmatrix} 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 10 & 10 & 10 & 50 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 \\ 10 & 10 & 10 & 50 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 \\ 10 & 10 & 10 & 50 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0.05 & 0.10 & 0.05 \\ 0.10 & 0.40 & 0.10 \\ 0.05 & 0.10 & 0.05 \end{bmatrix},$$

której wynik przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} 10 & 10 & 12 & 16 & 18 & 18 & 18 & 18 & 18 & 18 \\ 10 & 10 & 16 & 38 & 48 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 10 & 10 & 18 & 48 & 76 & 82 & 82 & 82 & 82 & 82 \\ 10 & 10 & 18 & 50 & 82 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 \\ 10 & 10 & 18 & 50 & 82 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 \end{bmatrix}.$$

Uzyskany rezultat można łatwo przedstawić w postaci graficznej:

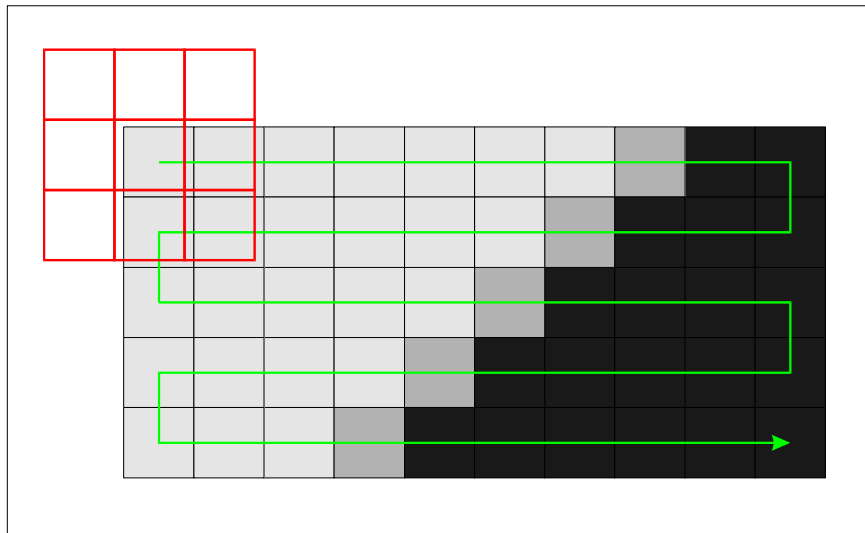


Rys. 2.2. Przekształcenie obrazu z użyciem operatora

a także zapisać formalnie jako:

$$N_{x,y} = \frac{\sum_{i=-r}^r \sum_{j=-r}^r k_{i,j} O_{x+i,y+j}}{\sum_{i=-r}^r \sum_{j=-r}^r k_{i,j}} \quad (2.3)$$

W praktyce przetwarzanie polega na sukcesywnym sytuowaniu operatora, tak by jego element centralny odpowiadał kolejnym pikselom obrazu. Następnie każdy składnik kernela jest mnożony przez wartość jego bieżącego odpowiednika, a potem całość podlega sumowaniu i staje się nowym elementem wynikowym. Procedurę powtarza się dla wszystkich elementów przetwarzanego obrazu. W sposób poglądowy proces ten ilustruje poniższy rysunek:



Rys. 2.3. Schemat realizacji operacji splotu

Oznaczenie rozmiarów przetwarzanego obrazu jako $xmax$ oraz $ymax$, zaś sumy elementów kernela $r \times r$ przez $ksum$, pozwala zapisać algorytm realizacji dwuwymiarowego splotu w następującej postaci:

```

FOR y = r TO ymax-r
  FOR x = r TO xmax-r
    FOR j = -r TO r
      FOR i = -r TO r
        nowypix(x,y) = nowypix(x,y) + k(i,j) * starypix(x+i,y+j)
      NEXT i
    NEXT j
    IF ksum <> 0 THEN nowypix(x,y) = nowypix(x,y) / ksum
  NEXT x
NEXT y

```

Przedstawiony algorytm może, a nawet powinien być znacznie ulepszony. Jego podstawową wadą jest wytwarzanie obrazów o rozmiarach mniejszych niż wyjściowe, co wynika z pomijania pikseli położonych w pobliżu krawędzi. Problem ten daje się łatwo rozwiązać – najprościej jest przyjąć odpowiednio większe rozmiary matrycy danych wejściowych. Znacznie większą trudność stanowi natomiast duże zapotrzebowanie na moc obliczeniową. Wyznaczenie splotu obrazu 512×512 pikseli z operatorem 7×7 wymaga $7 \times 7 \times 512 \times 512 \approx 12\,000\,000$ mnożeń i tej samej liczby dodawań, a także setek tysięcy operacji dzielenia. W czasach, gdy nikt nie myślał jeszcze o komputerach osobistych zdjęcia astronomiczne podobnie zresztą jak dostarczane przez satelity wiadomego rodzaju były przetwarzane przy użyciu dużych komputerów klasy *mainframe*. Na szczęście wydajność domowych pecetów wzrosła do tego stopnia, że techniki splotowe mogą być wykorzystywane również w astrofotografii amatorskiej. Najbardziej obiecującym sposobem zmniejszenia czasu realizacji niezbędnych obliczeń jest skorzystanie z podstawowych właściwości operatorów wielowymiarowych. Do najważniejszych z nich należą:

Addytywność

Cecha ta oznacza, że obraz wyjściowy może być dzielony na dowolnie małe fragmenty, które po wykonaniu operacji splotu daje się ponownie integrować do pełnych wymiarów. Właściwość addytywności wykorzystuje m. in. zaproponowany wcześniej algorytm, który uwzględnia podział do poziomu pojedynczych pikseli. Addytywność jest konsekwencją bardziej ogólnej właściwości splotu, jaką jest jego liniowość.

Liniowość

Obraz O przetworzony z użyciem jednego operatora, a następnie poddany przekształceniu przez kolejny jest identyczny z uzyskanym przy wykorzystaniu kernela stanowiącego sumę użytych w pierwszej operacji. Zapisujemy to formalnie jako następującą równość:

$$\left[O \otimes \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \right] \otimes \begin{bmatrix} k & l & m \\ n & o & p \\ q & r & s \end{bmatrix} = O \otimes \begin{bmatrix} a+k & b+l & c+m \\ d+n & e+o & f+p \\ g+q & h+r & i+s \end{bmatrix}$$

Niezmienność względem przesunięcia

Wynik splotu nie zależy od miejsca, w którym znajduje się dany zbiór pikseli. Wynika stąd, że uzyskane w wyniku przekształcenia obrazy np. Jowisza położonego centralnie i tuż przy krawędzi ramki są identyczne.

Komutowalność

Cecha oznacza, że wynik sukcesywnych przekształceń nie jest związany z ich kolejnością, w ogólności zachodzi bowiem np.:

$$[a \ b \ c] \otimes \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} \otimes [a \ b \ c]$$

Właściwość ta jest o tyle istotna, że czyni zbędnym poszukiwanie optymalnej kolejności prowadzenia niezbędnych przekształceń.

Łączność

Pozwala na otrzymanie rezultatu wymagającego użycia operatora o dużych rozmiarach dzięki łącznemu wykorzystaniu kilku mniejszych, a więc łatwiejszych do zinterpretowania i przetwarzania kerneli składowych. W efekcie, zamiast używać np. operatora:

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 9 & 14 & 9 & 3 & 1 \\ 3 & 9 & 11 & 6 & 11 & 9 & 3 \\ 4 & 14 & 6 & 4 & 6 & 14 & 4 \\ 3 & 9 & 11 & 6 & 11 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 9 & 14 & 9 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 & 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

można posłużyć się jego składowymi:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = K,$$

z których pierwsza posiada format regularnego pierścienia, druga zaś jest operatorem uśredniania wprowadzającym „rozmycie” pierwotnego kształtu.

Separowalność

Wprowadzona w poprzednim punkcie cecha łączności posiada szczególne znaczenie, o ile duży operator daje się wyrazić jako splot kerneli jednowymiarowych. Własność tą posiada np. często używany w praktyce tzw. operator Gaussa G , dla którego zachodzi:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes [1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1]$$

Podczas, gdy operacja splotu pojedynczego piksela realizowana z wykorzystaniem pełnej formy kernela $G[5 \times 5]$ wymaga 25 mnożeń i 25 dodawań, użycie form jednowymiarowych redukuje liczbę operacji do 10 multiplikacji oraz 10 sumowań. Uzyskany 2.5-krotny zysk stanie się jeszcze większy, gdy powiększymy rozmiar charakterystyczny operatora pierwotnego.

3. Operatory splotu jako filtry przestrzenne

Dowolny obraz może być traktowany analitycznie jako pewna funkcja przestrzenna, której składniki łatwo wyznaczyć dzięki licznym przekształceniom w rodzaju transformaty Fouriera (ang. *Fourier Transform - FT*) lub modnych w ostatnim czasie tzw. funkcji falkowych (ang. *wavelet functions*). Atrakcyjność takiego podejścia wynika głównie z dużej łatwości separowania składników obrazu o różnych częstotliwościach charakterystycznych, co znakomicie odzwierciedla ogólne właściwości procesów postrzegania. Istotnym dla ich przebiegu jest zwłaszcza zachowanie najmniejszych z rejestrowanych szczegółów, którym odpowiadają składowe o relatywnie dużych częstotliwościach. Natomiast ogólną zmienność poziomu oświetlenia odzwierciedlają komponenty niskoczęstotliwościowe. Spostrzeżenie to łatwo potwierdzić analizując przedstawione poniżej fotografie.



Składowe niskoczęstotliwościowe

Oryginał

Składowe wysokoczęstotliwościowe

Rys. 3.1. Częstotliwościowa filtracja składników obrazu (księżycowy krater Teofilus).

Jakkolwiek w wielu przypadkach podział obrazu na pasma o zróżnicowanych częstotliwościach otwiera

znaczące możliwości poznawcze, cecha ta nie jest zazwyczaj najbardziej pożądaną w zastosowaniach amatorskich. Zwykle interesuje nas tylko możliwość uwypuklenia pewnych, uznanych za istotne szczegółów (małych kraterów, Wielkiej Czerwonej Plamy itp.) albo wręcz przeciwnie nadanie powierzchniom mórz księżycowych idealnego połysku bez śladów irytującej granulacji wprowadzanej przez szum przetwornika używanej kamery. W każdym z wymienionych przypadków pożądanym jest zachowanie w całości treści podstawowych przy równoczesnej niewielkiej modyfikacji wybranych składników. Cel ten można osiągnąć relatywnie łatwo wykorzystując przedstawione dalej techniki splotowe.

3.1 Techniki wygładzania

Intuicyjnie oczywistą metodą eliminacji szumu wprowadzonego przez proces rejestracji jest uśrednienie wartości pikseli położonych w zadanym promieniu wokół elementu centralnego. Chociaż operacje tego typu powodują z reguły zatarcie istotnych szczegółów są często wykorzystywane w przypadkach, gdy czynnikiem najbardziej istotnym jest finalny efekt estetyczny. Przez analogię do pilników o drobnych zębach używanych w trakcie polerowania, operatory omawianej klasy będą określane w dalszym ciągu mianem „gładzików”, co odpowiada ich przeznaczeniu. Miarą blokowania przez gładzik wysokich częstotliwości jest tzw. przepuszczalność P wyrażana wprost jako wartość jego elementu centralnego poddana unormowaniu.

Typowym przedstawicielem filtrów dolnoprzepustowych jest kernel „pudełkowy”, nazywany tak z powodu identycznej postaci jego wszystkich boków oraz „płaskiego” wnętrza (niezależnie od rozmiarów macierz operacyjna zawiera zawsze same jedynki). W wersji 3×3 kernel ten posiada następującą postać:

$$\frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

W rozważanym przypadku parametr P przyjmuje wartość 0.111, zaś przekształcenie niemal w całości zachowuje pierwotne szczegóły. Operatorem o zbliżonych właściwościach jest gładzik 50%, otrzymany w wyniku niewielkiej modyfikacji formy pudełkowej:

$$\frac{1}{10} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Kernel ten przypisuje pikselom centralnym wagę dwukrotnie większą od pozostałych, co w jeszcze większym stopniu sprzyja zachowaniu zarejestrowanych detali (jego przepuszczalność wynosi 0.2). Utrzymanie szczegółów rejestracji zapewnią także tzw. gładzik minimalny:

$$\frac{1}{12} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 8 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

który cechuje największy wskaźnik przenoszenia $P = 0.667$. Kernel ten również zmniejsza zakłócenia, wygładzając tło obrazu.

Jeśli natomiast zależy nam na uzyskaniu łagodnych światłocieni, poszukiwanie optymalnego narzędzia warto rozpocząć od operatora o formacie:

$$\frac{1}{16} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Zapewnia on niemal idealne zrównoważenie oświetlenia dzięki przypisaniu elementom centralnym znaczenia równego pozostałym pikselom otoczenia. Operację miękkiego wygładzania cechuje wskaźnik przepuszczalności równy 0.5. Gdy uzyskane w ten sposób efekty nie są w pełni satysfakcjonujące, sensowną alternatywę stanowi tzw. gładzik Gaussa o postaci:

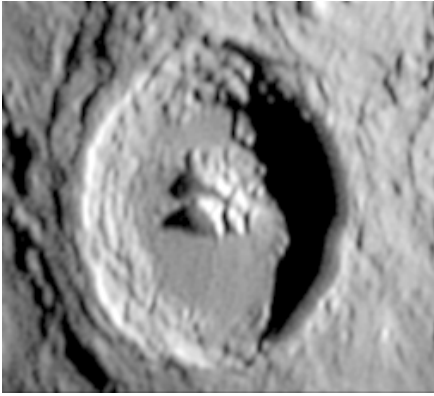
$$\frac{1}{16} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Przekształcenie to nadaje obrazom jeszcze bardziej „aksamitny” wygląd dzięki obniżeniu przepuszczalności do 0.25. Ostatnim z bardziej popularnych kerneli w wersji „*soft*” jest tzw. obwarzanek:

$$\frac{1}{8} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

usuwający element centralny i zastępujący go uśrednioną wartością otoczenia ($P = 0$). Przekształcenie poprawia ogólną jakość obrazu ponieważ każde zakłócenie (np. gorący piksel) znika rozproszone pomiędzy sąsiadów.

Porównanie właściwości przedstawionych dotąd filtrów dolnoprzepustowych umożliwiają ilustracje zestawione na poniższym rysunku:



Pudełko



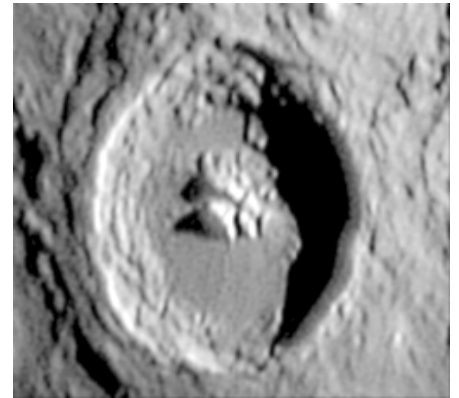
Gładzik 50%



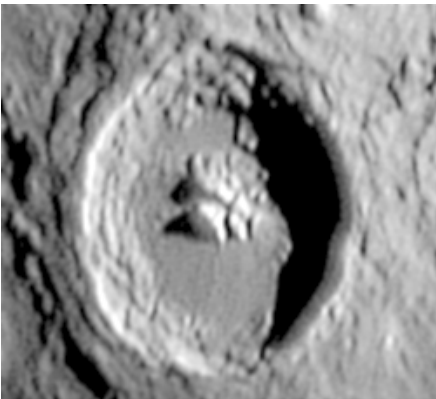
Gładzik minimalny



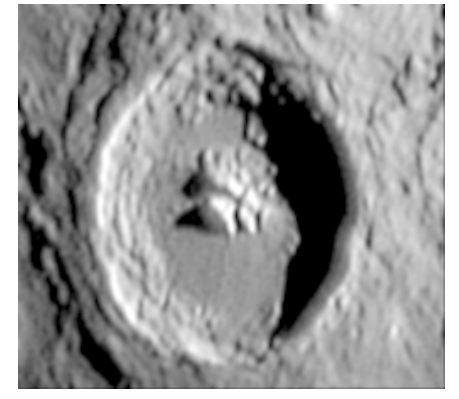
Oryginał



Miękkie wygładzanie



Gauss



Obwarzanek

Rys. 3.2. Porównanie efektów uzyskiwanych z wykorzystaniem gładzików 3×3

Jednakże potencjalne możliwości filtrowania szumu na tym się nie kończą. Kolejny stopień swobody doboru funkcji narzędziowej oferuje możliwość wprowadzania zmian rozmiaru operatora. Należy jednak pamiętać, że jeśli kernel stanie się zbyt duży, to uzyskane w wyniku jego stosowania obrazy tracą na szczegółowości. Przykłady umożliwiające ocenę jakości przetwarzania realizowanego z użyciem kerneli 5×5 przedstawiono na poniższej ilustracji:

$$\text{Pudelko} \quad \frac{1}{25} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Trójkąt} \quad \frac{1}{19} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Gauss} \quad \frac{1}{256} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$



Rys. 3.2. Efekty wykorzystania gładzików 5×5

Z doświadczeń praktycznych wynika, że w typowym przypadku (wymiary zdjęcia 640 × 480 pikseli) maksymalna wielkość operatora filtracji nie powinna przekraczać ok. 20 elementów.

3.2 Przetwarzanie wyostrzające

Podstawą działań prowadzących do wyraźnego zaakcentowania zarejestrowanych na zdjęciu szczegółów jest zazwyczaj splotowa operacja powiększania różnicy pomiędzy elementem centralnym i jego bezpośrednim otoczeniem. Ubocznym efektem przekształceń należących do omawianej klasy jest niekorzystna zmiana proporcji sygnału użytecznego do szumu stanowiącego niepożądaną składnik każdej rejestracji. Wynika stąd, że wyostrzanie może być prowadzone skutecznie jedynie w przypadku, gdy przetwarzane zdjęcie jest odpowiednio wysokiej jakości, a także zawiera znaczną liczbę rzeczywistych detali o rozmiarach porównywalnych z wielkością pojedynczego piksela. W innych przypadkach uzyskuje się jedynie istotne powiększenie widoczności szumu.

Narzędziami używanymi do kształtowania ostrości zdjęć astronomicznych są operatory splotowe określane w dalszym ciągu mianem „osełek”. Są one zazwyczaj konstruowane z elementów, których suma przyjmuje wartość jednostkową, zaś miarę ich skuteczności stanowi tzw. kontrastowość C , czyli stosunek piksela centralnego do sumy pozostałych składników.

Typowymi operatorami umiarkowanie poprawiającymi widoczność subtelnych szczegółów są kernele określane mianem odświeżających (ang. *crispen*). W wersji 3×3 przyjmują one zazwyczaj postać:

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ albo } \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Innym operatorem o znacznie silniejszym działaniu jest element dany jako:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

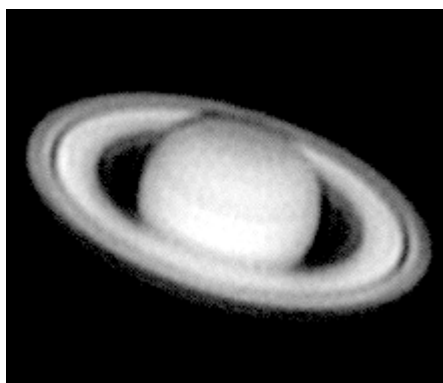
Ponieważ uzyskane przy jego wykorzystaniu efekty są bardzo radykalnej natury, kernel ten nazywany jest

wprost „ostrzącym” (ang. *sharpen*). Skalę efektów uzyskiwanych przy wykorzystaniu przedstawionych oselek można ocenić na podstawie przedstawionych poniżej ilustracji:

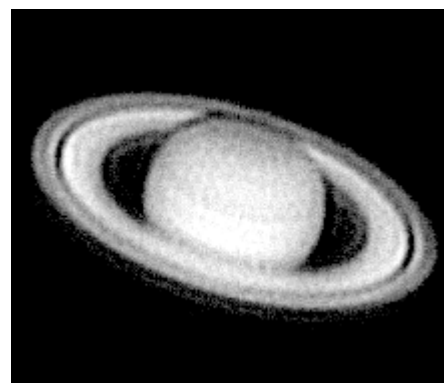
Saturn A



Oryginał

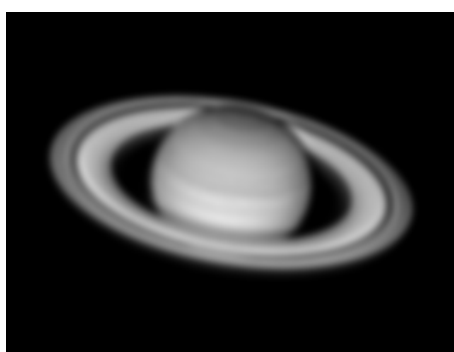


Odświeżacz

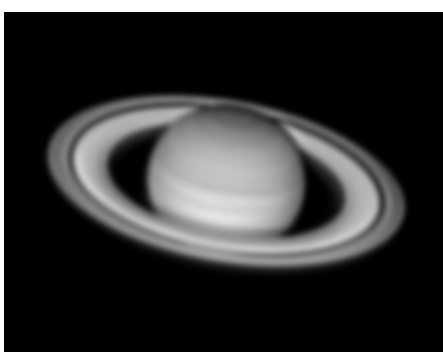


Wyostwienie

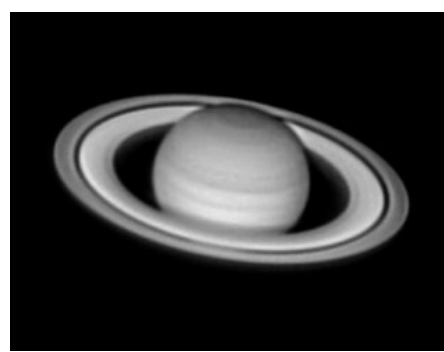
Saturn B



Oryginał



Odświeżacz



Wyostwienie

Rys. 3.2. Efekty wykorzystania oselek 3×3

Analiza uzyskanych efektów prowadzi do wniosku, że w najprostszą formę wyostwienia prowadzi do satysfakcjonujących rezultatów jedynie pod warunkiem, że materiał wyjściowy jest odpowiedniej jakości. Choć na pierwszy rzut oka różnice pomiędzy oryginałami A i B nie wyglądają dramatycznie, złudzenie to rozwiewa już pierwsze przekształcenie zrealizowane przy użyciu odświeżacza. O ile w pierwszym przypadku zwiększenie kontrastowości szczeliny Cassiniego zostało okupione silnym wzrostem zaszumienia całego obrazu, w drugim uzyskany efekt jest godny uwagi stwarzając nadzieję na dalszy postęp. Spostrzeżenie to potwierdza użycie wyostwienia, które wzmacnia granulację wersji A ponad akceptowalny poziom, podczas gdy w przypadku B rezultat jest niemal idealny.

Niestety, w praktyce amatorskiej przetwarza się najczęściej fotografie o jakości zbliżonej do oryginału A, podczas gdy obrazy klasy prezentowanej przez wersję B należą do nielicznych wyjątków. Wynika stąd potrzeba dysponowania przekształceniem pozwalającym na swobodne dobieranie stopnia wyostwienia (a więc i zaszumienia) w szerokich granicach. Szansy tej nie stwarza proste użycie kernela-osełki – można z niego skorzystać albo nie i już.

Na szczęście rozwiązanie tak postawionego problemu od dawna istnieje, zaś jego zbiorowym autorem stało się środowisko fotografików-artystów zgłębiających tajniki swojego zawodu metodą heurystyczną tj. prób i błędów. Opracowana przez nich technika znana jest obecnie jako maskowanie rozpraszające (ang. *Unsharp Masking - UM*), zaś jej kompetentnej wykładni łatwo dokonać wykorzystując formalizm splotowy. Algorytm UM obejmuje następujące kroki:

1. Oryginał zostaje poddany niezależnie dwóm operacjom splotu z użyciem odpowiednio dobranych kerneli postaci:

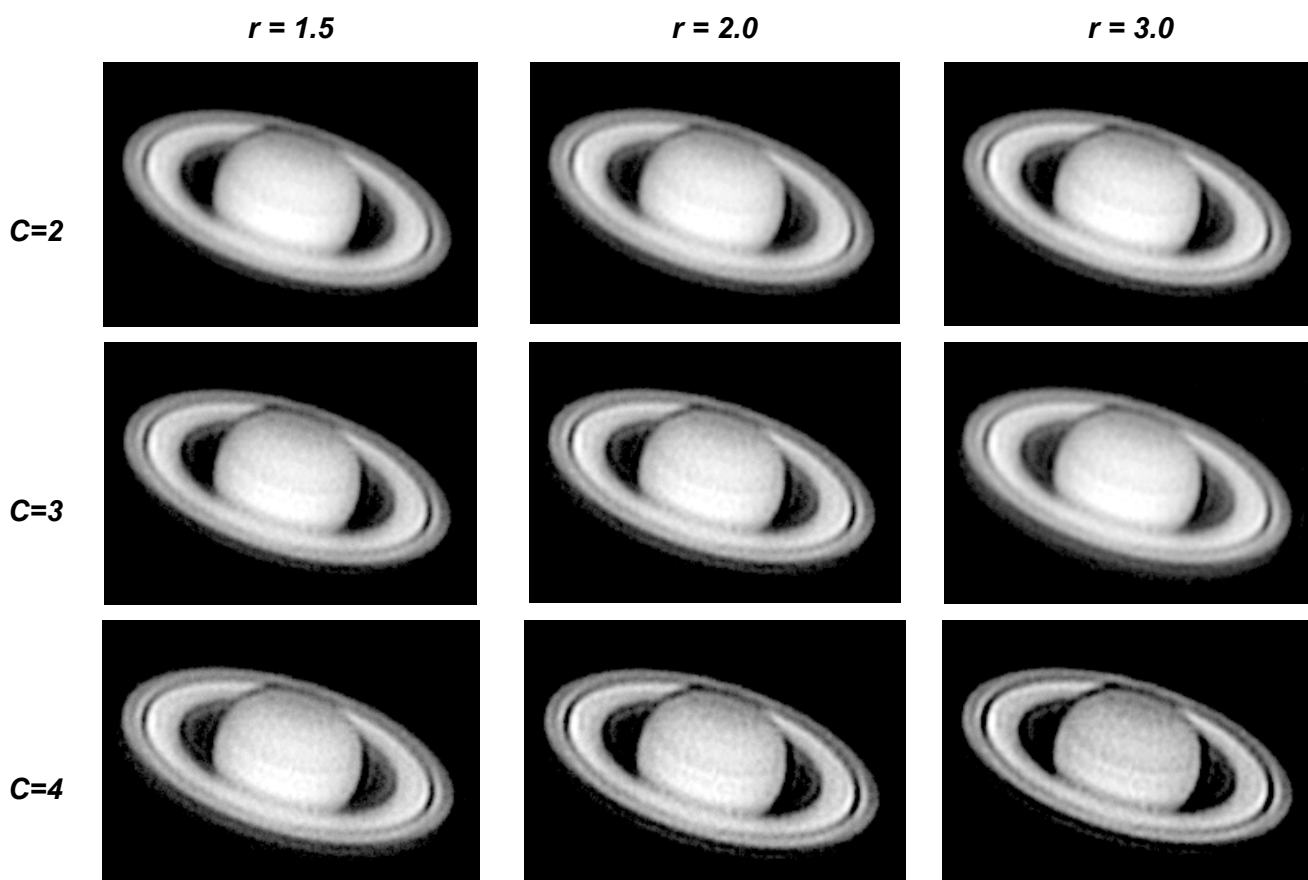
$$A = \frac{1}{256} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 256 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad B = \frac{1}{256} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Obydwa wyniki zostają zsumowane z arbitralnie dobranymi wagami (odpowiednio c oraz $-(c - 1)$), po czym następuje finalna normalizacja.

Jeśli np. $c = 3$ (wagi wynoszą odpowiednio 3 oraz -2), to dzięki liniowości funkcji splotu efekt końcowy odpowiada pojedynczej operacji z użyciem kernela:

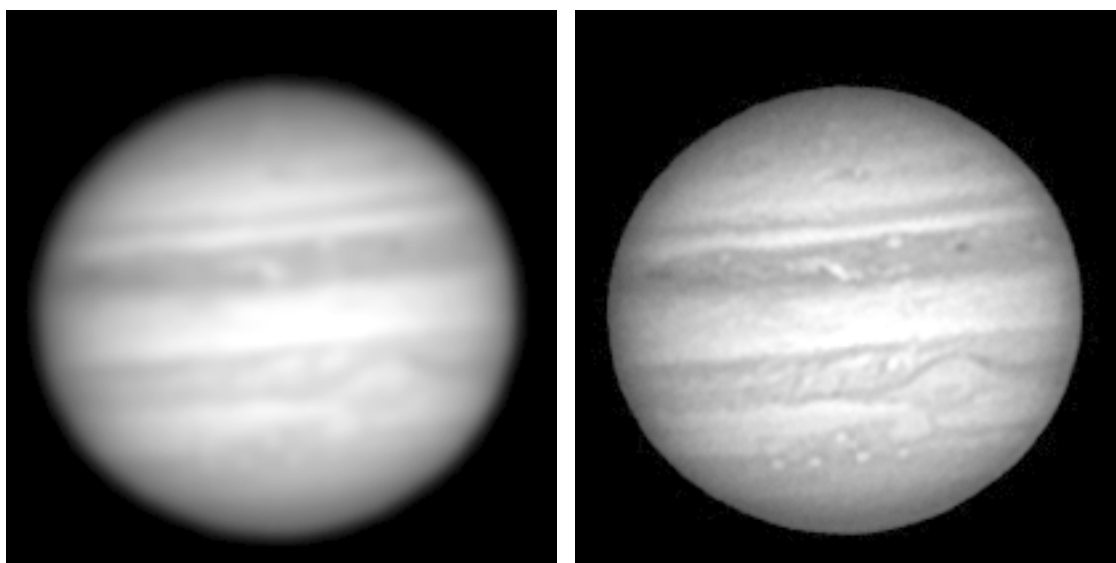
$$\frac{1}{256} \times \begin{bmatrix} -2 & -8 & -12 & -8 & -2 \\ -8 & -32 & -48 & -32 & -8 \\ -12 & -48 & 696 & -48 & -12 \\ -8 & -32 & -48 & -32 & -8 \\ -2 & -8 & -12 & -8 & -2 \end{bmatrix}$$

Ujmując rzecz mniej formalnie można stwierdzić, że algorytm UM najpierw „wzmacnia” wszystkie składowe o czynnik c , by w następnym kroku „stłumić” niższe częstotliwości w stopniu wyznaczonym wartością $-(c - 1)$, a więc do pierwotnego poziomu. Przedstawiony mechanizm pozwala na swobodny dobór ostrości i kontrastu zdjęcia stosowanie do potrzeb albo osobistych preferencji. Poglądową ilustrację skali możliwych do uzyskania w ten sposób efektów przedstawiono na rys. 3.3.



Rys. 3.3. Rezultaty wykorzystania algorytmu UM

W praktyce możliwości metody UM mogą zostać znacznie poszerzone dzięki modyfikacjom rozmiaru i wartości składników kerneli operacyjnych, co otwiera pole do prowadzenia własnych eksperymentów. Działania te, choć zwykle czasochłonne, warto podejmować, ponieważ wynagradzają je efekty trudne do uzyskania innymi metodami. Dowodzi tego choćby poniższa ilustracja:

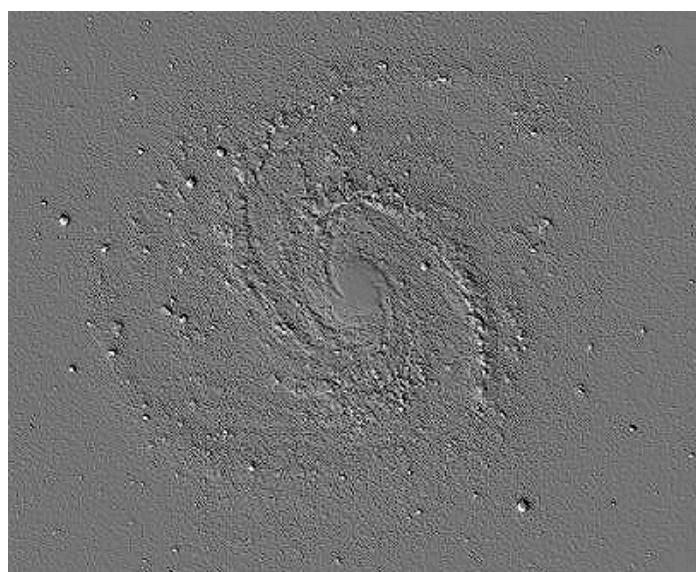


Rys. 3.4. Rezultat użycia zaawansowanej wersji UM

3.3 Operacje gradientowe

Rozwój technik przetwarzania i rozpoznawania obrazu doprowadził do powstania szeregu schematów splotowego wykrywania systematycznych zmian jasności oświetlenia, związanych z występowaniem punktów, konturów oraz krawędzi. W astrofotografii algorytmy te są wykorzystywane najczęściej podczas przetwarzania zdjęć komet, obiektów mgławicowych oraz powierzchni dużych planet. Choć uzyskane w ten sposób rezultaty nie mają raczej szans na publikację w popularnych magazynach, ich zaletą jest pogładowa ekstrakcja struktur o niskim kontraście, których wykrycie innymi technikami jest zwykle niemożliwe.

Spektakularnym przykładem możliwości funkcjonalnych omawianych algorytmów jest przedstawiony poniżej rezultat zastosowania tzw. kernela reliefowego (ang. *Bas Relief* – BR):



Rys. 3.5. Galaktyka M 100 – relief splotowy

Wbrew pozorom wykorzystane przekształcenie jest ekstremalnie proste i polega na stworzeniu przesuniętej o jeden piksel kopii pierwotnego obrazu, po czym następuje odjęcie jej od oryginału. Operator reliefowy może przyjmować jedną z wielu postaci – jego najczęściej używanymi wersjami są:

$$\begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

BR North

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

BR West

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

BR Northwest

Jak łatwo się domyślić zawarte w nazwie określenia kierunków odnoszą się do umiejscowienia wirtualnego źródła światła, które wyznacza pozycja elementu a (zwykle $a = -1$).

Efekt innego typu, choć zbliżony nieco do reliefu, produkują kernele „wznoszące” (ang. *emboss* - *EB*). Na ich komplementarność w stosunku do operatorów BR wskazuje wprost konwencja nazewnictwa, bowiem „*bas*” to starofrancuskie słowo znaczące „obniżenie”. Również kernele EB pozwalają na sterowanie położeniem źródła oświetlenia dzięki rekonfiguracji postaci operatora, przy czym obowiązuje następująca konwencja:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

EB North

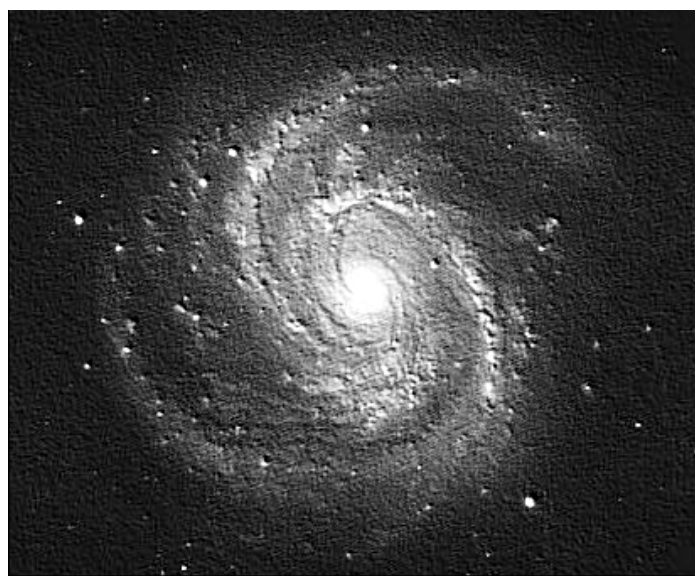
$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

EB West

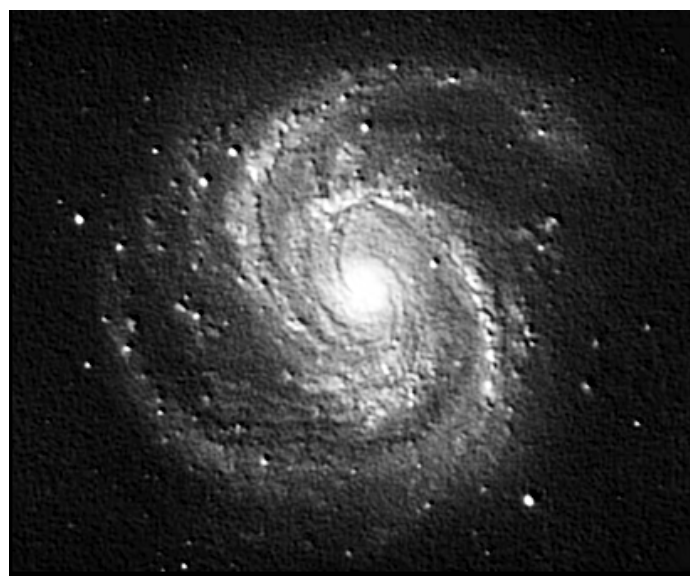
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

EB Northwest

W celu uzyskania interesujących efektów warto wykorzystywać operatory o zróżnicowanych rozmiarach, co pozwala na sterowanie stopniem szczegółowości uzyskiwanych obrazów. Efekt wykorzystania operatorów EB w praktyce ilustrują poniższe fotografie:



EB 3×3



EB 5×5

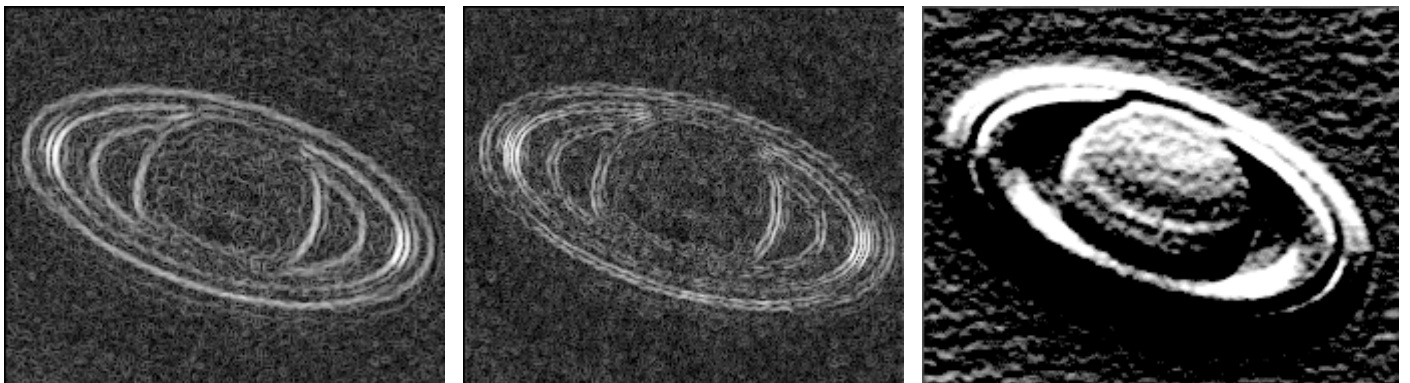
Jeśli efektem przetworzenia obrazu ma być wyłącznie uwidocznienie krawędzi rozdzielających poszczególne obszary celowe jest wykorzystanie operatorów Sobela, Kirscha albo Prewitta. Każdy z nich może występować w dwóch podstawowych formatach różniących się „uczuleniem” na określoną orientację (H – poziomą lub V – pionową). Kernele te posiadają następującą postać:

| | Sobel | Kirsch | Prewitt |
|---|--|--|---|
| H | $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ |
| V | $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ |

Jeśli istnieje potrzeba, dowolny operator może zostać właściwie przeorientowany dzięki dokonaniu rotacji jego składników wokół punktu centralnego. Natomiast w celu detekcji struktur o dowolnym położeniu oryginalny obraz powinien zostać przekształcony dwukrotnie tj. w orientacji H oraz V, zaś finalny rezultat F otrzymuje się poprzez wyznaczenie każdego piksela F z zależności:

$$F = \sqrt{H^2 + V^2}$$

Typowe efekty działania operatorów wykrywających krawędzie przedstawiono na ilustracjach:



Sobel

Prewitt

Kirsch

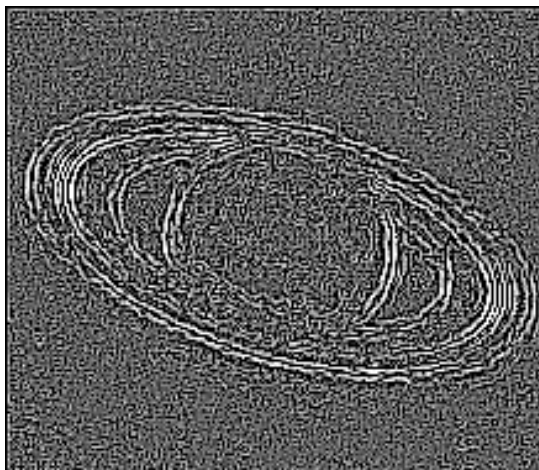
Narzędziem pozbawionym ścisłych właściwości kierunkowych jest operator laplasjanowy, stanowiący najprostszy filtr konturów obrazu. Realizuje go kernel postaci:

$$L = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

który po zsumowaniu z matrycą jednostkową staje się wprowadzonym wcześniej operatorem wyostżenia:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Efekt użycia przekształcenia laplasjanowego zilustrowano poniżej:



Inną z popularnych klas przekształceń zdolnych do wykrywania konturów są operacje realizowane z użyciem kerneli Frei i Chena (FCO). Są one szczególnie przydatne, gdy skala podejmowanych działań ogranicza się do otoczenia o niewielkim promieniu. Pierwszą parę FCO stanowią operatory wykrywające granice:

$$FCO_1 = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \text{ oraz } FCO_2 = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$$

Jakkolwiek w rozważanych dotąd przypadkach użycie funkcji splotu prowadzi do zatarcia istotnych szczegółów rejestrowanego obrazu, w ogólnym przypadku operacje tej klasy mogą dostarczać również wyników o charakterze pozytywnym. Zagadnienia z tym związane przedstawiono w dalszej części opracowania.

4. Dekonwolucja

Często w praktyce zagadnieniem bardziej interesującym niż sam splot jest dokonanie jego odwrócenia, tj. otrzymanie obrazu w formie pozbawionej zakłóceń powodowanych turbulencją atmosferyczną, nieprecyzyjnym ogniskowaniem itp. W tym przypadku złą wiadomością stanowi fakt, że pełna dekonwolucja nie jest prosta, a często nawet niemożliwa. Podstawową trudność stanowi najczęściej brak znajomości postaci operatora, nawet jednak gdy znamy jego formę konieczna jest eliminacja szumu rejestracji, co prawie nigdy nie udaje się w sposób idealny. Z drugiej strony przysłowie powiada, że „lepszy rydz niż nic”, stąd posługując się nawet zgrubnie przybliżoną estymacją rzeczywistej formy operatora można uzyskać znaczące rezultaty. Jeśli np. pierwotny obraz postaci:

$$[\dots 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \dots],$$

po zmodyfikowaniu operatorem:

$$[0.25, 0.50, 0.25]$$

przyjmuje formę:

$$[\dots 20 \ 20 \ 20 \ 20 \ 55 \ 125 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \dots],$$

to nawet zastosowanie dalece odbiegającego od ideału „kontrkernela”:

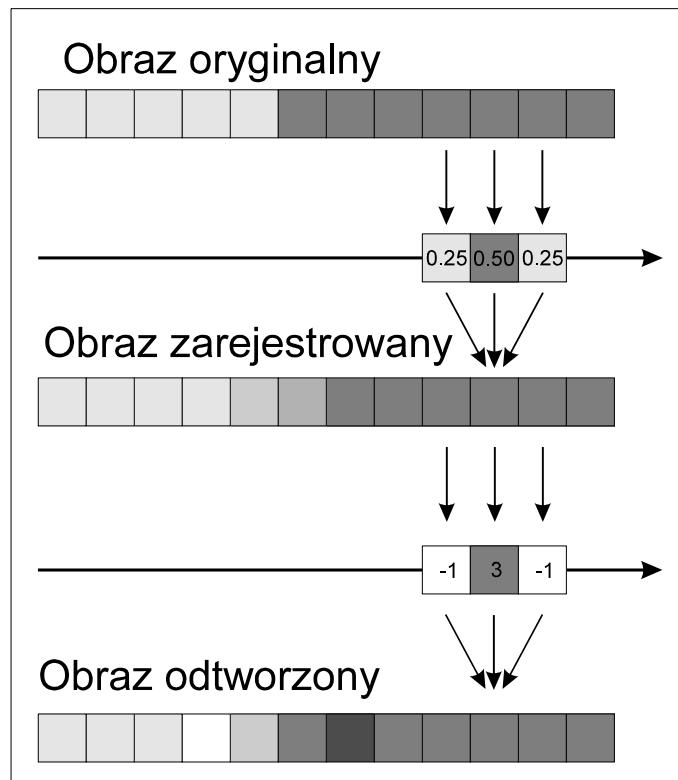
$$[-1, 3, -1]$$

proceedzi do wyniku:

$$[\dots 20 \ 20 \ 20 \ -15 \ 20 \ 160 \ 195 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \ 160 \dots],$$

niewiele odbiegającego od oryginału. W formie graficznej całość przedstawionego procesu ilustruje

następujący schemat:



Rys. 4.3. Przebieg procesu przekształcania obrazu

W rozważanym przykładzie próbę odtworzenia ostrej granicy pomiędzy obszarami o różnych poziomach oświetlenia można uznać za udaną, choć w wynik zawiera również piksele o wartościach silnie odbiegających od występujących w oryginale. Efekt ten nazywany jest często pierścieniowym, ponieważ generuje sztuczne otoczki wokół obrazów gwiazd o dużej jasności.

4.1 Wielokrotna iteracja

Wobec istotnych problemów ze ścisłym rozwiązaniem problemu odwracania przekształceń splotowych, w praktyce stosuje się podejście wykorzystujące schemat iteracyjny. W tym przypadku proces usuwania wpływu różnorodnych zaburzeń pogarszających jakość obrazów astronomicznych obejmuje szereg sukcesywnie wdrażanych małych kroków prowadzących, przynajmniej w teorii, do w pełni akceptowalnej estymacji oryginału.

W dalszym ciągu rozważań wykorzystane będą następujące oznaczenia:

- $s(x, y)$ – obraz zarejestrowany przez kamerę CCD;
- $o(x, y)$ – pozbawiony zakłóceń oryginał;
- k – funkcja rozproszenia punktu PSF ustalona na podstawie analizy obrazów gwiazd;
- n – losowy szum wprowadzany przez przetwornik kamery,

których wykorzystanie pozwala zapisać:

$$s(x, y) = k \otimes o(x, y) + n.$$

Powyższa zależność odzwierciedla fakt, że proces rejestracji jest obciążony degradującym wpływem nieidealnej postaci funkcji PSF modelowanym przez operację splotu oraz addytywnym szumem generowanym przez urządzenie rejestrujące. Pomijając wpływ składowej n można zdefiniować nowy wirtualny obraz $e(x, y)$, uwzględniający jedynie oddziaływanie PSF, dla którego zachodzi:

$$e(x, y) = k \otimes o(x, y). \quad (*)$$

Rzecz jasna jedynym znanym *a priori* składnikiem powyższej zależności jest element k , którego postać

można ustalić na podstawie analizy obrazów gwiazd występujących na zarejestrowanych ujęciach. W przypadku znajomości $o(\cdot)$ możliwe jest łatwe wyznaczenie $e(\cdot)$, niestety to właśnie oryginał jest tym czego poszukujemy.

Racjonalnym wstępem do wyspecyfikowania właściwego algorytmu jest ustalenie odpowiednich warunków realizacji procedury restauracji obrazu. W tym celu można wykorzystać wynikającą z dotychczasowych rozważań zależność:

$$s(x, y) - e(x, y) = n.$$

Wynika z niej, że jeśli składowa szumowa jest dostatecznie mała, to również $s(\cdot)$ i $e(\cdot)$ posiadają zbliżoną postać, tak że zachodzi:

$$s(x, y) - e(x, y) \approx 0,$$

albo równoważnie, po dodaniu do obydwu stron $o(\cdot)$:

$$o(x, y) = o(x, y) + [s(x, y) - e(x, y)].$$

Oznaczenie oryginału po lewej stronie jako $o'(\cdot)$ i uwzględnienie definicyjnej zależności (*) prowadzi ostatecznie do iteracyjnej formuły:

$$o'(x, y) = o(x, y) + \{s(x, y) - [k \otimes o(x, y)]\}.$$

Zależność ta umożliwia wyznaczenie nowej, bardziej zbliżonej do ideału postaci pierwotnego obrazu $o'(\cdot)$ na podstawie odpowiedniego przekształcenia jego starszej (i gorszej) wersji $o(\cdot)$. W tym celu wystarczy wykorzystać różnicę pomiędzy zarejestrowanym ujęciem $s(\cdot)$ oraz splotem $o(\cdot)$ z PSF. Warto również zauważyć, że działania te można prowadzić wielokrotnie, startując od uzyskanej w procesie rejestracji postaci $s(\cdot)$. Algorytm prowadzi do poprawy jakości oraz istotnego zmniejszenia różnic w kolejnych iteracjach. W ten sposób rozpoczynając od silnie zdegradowanego obrazu uzyskanego na wyjściu kamery CCD możliwe jest jego kolejne poprawianie aż do chwili, gdy różnica $s(x, y) - e(x, y)$ zbliży się w wymaganym stopniu do wartości zerowej.

Choć przedstawioną technikę można realizować wykorzystując programowe procesory fotograficzne ogólnego przeznaczenia, znacznie lepiej wykorzystać w tym celu specjalistyczne procedury wchodzące w skład typowych narzędzi obróbki zdjęć astrofotograficznych. W ten sposób zyskujemy gwarancję, że proces utrzyma zbieżny charakter, a więc nie doprowadzi do pogorszenia jakości. Typowymi, powszechnie używanymi technikami estymacji iteracyjnej są metody van Citterta (vC) i Richardson-Lucy (RL).

4.1.1 Technika vC

Rozwiązanie stanowi jedną z najprostszych, a przy tym najbardziej skutecznych metod estymacji. Jest to tym bardziej godne uwagi, że jej pierwotny schemat został opublikowany przez P. H. van Citterta w roku 1931. Obecnie stosowana wersja powstała w wyniku ulepszeń wprowadzonych w następnych latach przez Landwebera i Białego.

Podstawowe równanie vC stanowi formuła:

$$o'(x, y) = o(x, y) + w\{s(x, y) - [k \otimes o(x, y)]\},$$

w której parametr w gwarantujący zbieżność iteracji jest określany mianem czynnika relaksacji. Jeśli $w = 1$, to schemat vC stanowi klasyczną procedurę przedstawioną w poprzednim rozdziale, natomiast przy $w < 1$ do aktualnie najlepszej estymaty obrazu jest dodawany jedynie ułamek otrzymanej wartości korygującej. W praktyce wartość w nie jest stała ale stanowi pewną funkcję aktualnie przetwarzanego piksela, czyli:

$$w = f[o(x, y)].$$

W ten sposób staje się możliwe sterowanie szybkością procesu zbieżności, który może przebiegać wolno w ciemnych obszarach tła i szybko dla istotnych szczegółów o znacznej dynamice jasności. Szczególnie dobrze sprawdza się wykorzystanie jako funkcji $f(\cdot)$ sinusa o argumentie zmieniającym się w przedziale

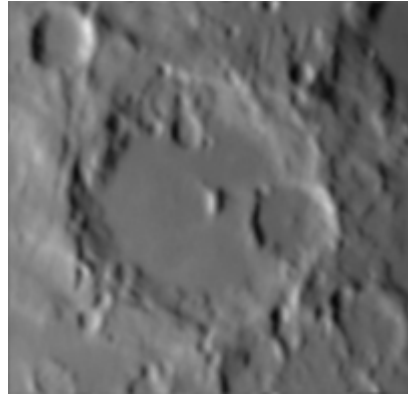
od 0 do $\pi/2$ radianów. W tym przypadku:

$$w(p) = \begin{cases} p < p_{black} \rightarrow 0 \\ p_{black} < p < p_{white} \rightarrow \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{p - p_{black}}{p_{white} - p_{black}} \right) \right\}^\gamma \\ p > p_{white} \rightarrow 1 \end{cases},$$

gdzie p stanowi wartość przetwarzanego piksela, zaś jest γ tzw. parametrem redukcji szumu. W praktyce dobór parametrów przekształcenia vC obejmuje również ustalenie promienia R gaussowskiej funkcji PSF oraz optymalnej liczby iteracji n . Wpływ obydwu czynników na efekt końcowy ilustruje zestawienie:



$R = 1.0 \ n = 5$



$R = 1.3 \ n = 5$



$R = 1.6 \ n = 5$



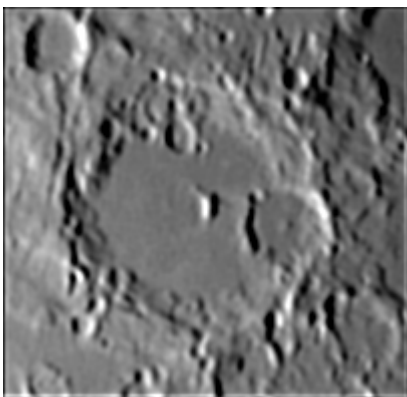
$R = 1.0 \ n = 10$



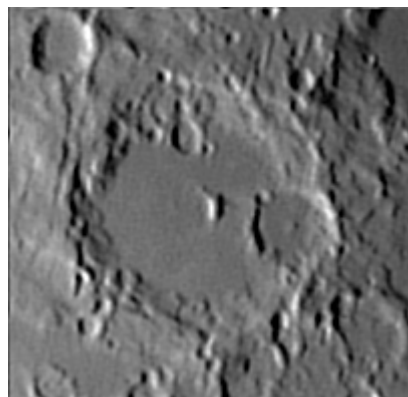
$R = 1.3 \ n = 10$



$R = 1.6 \ n = 10$



$R = 1.0 \ n = 15$



$R = 1.3 \ n = 15$



$R = 1.6 \ n = 15$

Jakkolwiek ocena finalnego wyglądu prezentowanych fotografii zależy od osobistych preferencji estetycznych, wydaje się, że promień $R = 1.0$ piksel jest trochę za mały, natomiast $R = 1.6$ zbyt duży, skąd optimum leży gdzieś pomiędzy tymi wartościami. Jeśli chodzi o liczbę iteracji to w praktyce proces vC daje najlepsze wyniki, gdy n zawiera się w przedziale (5, 25).

4.1.2 Metoda RL

Rozważana technika została zaproponowana w 1972 r przez W. H. Richardsona, zaś dwa lata później L. B. Lucy przedstawił niezależnie zbliżony schemat na łamach prestiżowego *Astronomical Journal*. W efekcie stosowana obecnie metoda nazywana jest łącznie nazwiskami jej obydwu twórców.

Podczas, gdy schemat vC wykorzystuje korekcję addytywną, w przypadku RL używany jest wariant multiplikatywny, realizowany z wykorzystaniem podstawowego równania postaci:

$$o'(x, y) = o(x, y) \frac{s(x, y)}{k \otimes o(x, y)}.$$

Z powyższej zależności wynika, że współczynnik korekcji jest stosunkiem oryginału oraz splotu bieżącej wersji obrazu z funkcją PSF. Ponieważ w miarę postępów korekcji obydwie składniki stają się coraz bardziej podobne, w granicy współczynnik ten dąży do jedności.

W celu ograniczenia efektów powodujących niekontrolowany przyrost szumu, wykorzystuje się zmodyfikowany wariant metody RL używający tzw. parametru relaksacji. Redukuje on szybkość korygowania pikseli o małych wartościach, ale nie ogranicza tempa restauracji obszarów o wysokim kontraście, dzięki wykorzystaniu formuły postaci:

$$o'(x, y) = o(x, y) \left\{ w[o(x, y)] \left[\frac{s(x, y)}{k \otimes o(x, y)} - 1 \right] + 1 \right\}.$$

Tak, jak w przypadku metody vC, parametr w powinien osiągać wartości zbliżone do zera w przypadku przetwarzania tła i nie przekraczać jedności dla istotnych szczegółów zawierających podstawową treść obrazu. Najczęściej używaną relacją wiążącą wartość w z poziomem oświetlenia jest klasyczna funkcja sinus, poddana dodatkowemu skalowaniu wykładniczemu, tak że zachodzi:

$$w = \{\sin [o(\cdot)]\}^\gamma$$

Współczynnik γ przyjmuje wartości z zakresu od 0 do 1, zaś jego znaczenie jest analogiczne jak w przypadku metody vC. Technika RL jest szczególnie skuteczna w odniesieniu do obrazów klasy *deep sky*, ponieważ umożliwia uwypuklenie subtelnych szczegółów bez nadmiernego zaszumienia dużych płaszczyzn o relatywnie wysokiej jasności.

4.2 Podsumowanie

Technika dekonwolucji stanowi niezwykle efektywne narzędzie przetwarzania fotografii astronomicznych, lecz pełne wykorzystanie jej możliwości wymaga paradoksalnie odpowiedniego materiału wyjściowego. Mechaniczne wdrożenie iteracji w odniesieniu do kiepskiego ujęcia sprawi, że stanie się ono jeszcze gorsze, jako że uzyskanie obrazu o akceptowalnej jakości zależy w praktyce od wielu wzajemnie powiązanych oraz niezależnych czynników. Do najważniejszych z nich należą:

Wyjściowy stosunek sygnał/szum – zakłócenia stanowią najważniejszy czynnik degradujący poziom rejestracji CCD, nawet jeśli czas rejestracji jest dostatecznie długi by zapewnić odpowiednio wysoką wartość składowej użytecznej. Uwaga ta jest szczególnie istotna w przypadku wykorzystywania tanich kamer w rodzaju popularnej Vesty, cechujących się ekstremalnie wysokim poziomem wprowadzanych zakłóceń. Dlatego typowe fotografie amatorskie powinny być przed poddaniem ich dekonwolucji szczególnie starannie skalibrowane – dla obrazów klasy *deep sky* obowiązkowe jest wykorzystanie techniki tzw. ciemnej ramki.

Dobór postaci PSF – funkcja rozproszenia punktu stanowi jedyny element przekształcenia, który może zostać wyznaczony na podstawie analizy fotografii stanowiącej materiał wyjściowy. Jednakże zwykle obrazy gwiazd stanowiące wprost realizacje PSF posiadają zróżnicowane rozmiary, stąd niedopuszczalne jest wykorzystanie jako wzorca pojedynczej reprezentacji. Z praktyki wynika, że najlepsze rezultaty uzyskuje się używając średniej z kilku (3 – 7) obrazów wybranych tak by jasność ich części centralnych

nie osiągała nasycenia (wartości 255 dla każdej ze składowych koloru w przypadku kamery Vesta).

Tryb próbkowania oryginału – obrazy, których przetwarzanie planuje się prowadzić z użyciem technik splotowych muszą być próbkowane odpowiednio do wymagań stawianych przez kryterium Nyquista. Tylko w ten sposób bowiem możliwe jest odtworzenie najwyższych częstotliwości przestrzennych obecnych w obrazie teleskopowym bez znaczącego powiększenia poziomu szumu. Jeśli natomiast spełnienie kryterium Nyquista nie jest możliwe, np. zależy nam na objęciu klatką możliwie dużego obszaru, uzyskany obraz powinien zostać poddany resamplowaniu w celu powiększenia liczby pikseli przypadających na każdy szczegół obrazu. Rozwiązanie to nie gwarantuje co prawda efektów na najwyższym poziomie, ale w szczególnych przypadkach bywa użyteczne. Podanych w tym punkcie reguł warto przestrzegać zwłaszcza, gdy najważniejszym kryterium ocenowym jest jakość odwzorowania, np. fotografie realizowane są z przeznaczeniem do publikacji.

Obecność szumu – algorytm dekonwolucji traktuje każde zróżnicowanie wartości sąsiadujących pikseli jako szczegół, którego obecność powinna zostać uwidoczniona. Niestety znaczna część sekwencji tego typu nie odzwierciedla rzeczywistości, jest natomiast przypadkowymi zakłóceniami, które w żadnym przypadku nie mogą zostać uwidocznione. Znaczenie omawianego efektu daje się minimalizować dobierając odpowiednio parametr relaksacji używanej metody i nadzorując rezultat uzyskany po każdej kolejnej iteracji.

Jakość odwzorowania gwiazd – obrazy słabych źródeł punktowych są odwzorowywane przez matrycę CCD w postaci kwadratów lub prostokątów, co pogarsza finalny efekt estetyczny. Zjawisku temu można zapobiegać dokonując wstępnego resamplowania, a następnie wprowadzając delikatne „rozmycie” szumem gaussowskim o efektywnym promieniu $r \approx 0.6 \div 0.8$ piksela. Przedstawione działania stanowią przygotowanie do prowadzenia dekonwolucji, jednakże w jej wyniku powstają inne niekorzystne efekty, z których najważniejszym jest tworzenie ciemnych obwódek wokół jasnych fragmentów obrazu (zwłaszcza „dużych” gwiazd). Powstawaniu artefaktów tej klasy można zapobiegać manipulując postacią funkcji PSF, a także redukować ich natężenie odejmując o finalnego obrazu jego składową zawierającą jedynie najniższe częstotliwości przestrzenne.